

ALES

Akademik Personel ve Lisansüstü Eğitimi Giriş Sınavı

pratik DERS Notları

SAYISAL

Bölüm

SÖZEL

Bölüm



AKADEMİ
DENİZİ



ALES DERS NOTLARI

Yayın Koordinatörü
Selim IŞIK

Yazarlar
Komisyon

ISBN
978-605-73862-7-4

Baskı

© COPYRIGHT AKADEMİ DENİZİ YAYINCILIK

Bu kitabın her türlü yayım hakkı Akademi Denizi Yayıncılık'a aittir. Bu kitabın baskısından 5846 ve 2936 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Yasası hükümleri gereğince kaynak gösterilerek bile olsa alıntı yapılamaz, herhangi bir şekilde çoğaltılamaz, genel ağ ve diğer elektronik ortamlarda yayımlanamaz.

AKADEMİ DENİZİ YAYINCILIK

 Saray Mah. Fatih Sultan Mehmet Blv. No: 316
Kahramankazan / ANKARA

 T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı Sertifika No
52497

 0552 518 06 06

 akademideniziyayincilik@hotmail.com

 www.akademidenizi.com.tr



PODCAST

TÜRKÇE



PODCAST

TARİH



PODCAST

COĞRAFYA



PODCAST

ANAYASA



İÇİNDEKİLER

SAYISAL YETENEK

■	Temel Kavramlar	5
■	Bölme ve Bölünebilme	15
■	OBEB–OKEK	25
■	Rasyonel Sayılar	29
■	Üslü Sayılar	39
■	Köklü Sayılar	45
■	Çarpanlara Ayırma	51
■	Oran – Orantı	57
■	Basit Eşitsizlik ve Sıralama	63
■	Mutlak Değer	69
■	Birinci Dereceden Denklemler	73
■	Sayı–Kesir Problemleri	77
■	Yaş Problemleri	85
■	Yüzde Problemleri	87
■	Kâr–Zarar Problemleri	91
■	Faiz Problemleri	95
■	Karışım Problemleri	97
■	Hareket Problemleri	99
■	İşçi–Havuz Problemleri	103
■	Kümeler	105
■	İşlem	113

■	Modüler Aritmetik	117
■	Permütasyon	119
■	Kombinasyon	125
■	Olasılık	129
■	Fonksiyonlar	135
■	Tablo–Grafik Okuma ve Yorumlama	139
■	Sayısal Mantıksal Akıl Yürütme ve Muhakeme	147
■	Şekil Yeteneği	165
SÖZEL YETENEK		
■	Sözcükte ve Söz Öbeklerinde Anlam	171
■	Cümlede Anlam	181
■	Anlatım Biçimleri	195
■	Paragrafta Yapı	197
■	Paragrafta Anlam	203
■	Sözel Mantıksal Akıl Yürütme ve Muhakeme	211



TEMEL KAVRAMLAR

SAYI KÜMELERİ

Sayıları ifade etmek için kullanılan 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sembollerinden her birine rakam denir.

$\{0, 1, 2, 3, \dots, n-1, n, n+1, \dots\}$ kümesinin her bir elemanına doğal sayı denir. Doğal sayılar kümesi $\mathbb{N}$ sembolü ile gösterilir.

$\{1, 2, 3, \dots, n-1, n, n+1, \dots\}$ kümesinin her bir elemanına sayma sayısı denir. Sayma sayılar kümesi $\mathbb{N}^+$ sembolü ile gösterilir.

$\{\dots, -n, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$ kümesinin her bir elemanına tam sayı denir. Tam sayılar kümesi $\mathbb{Z}$ sembolü ile gösterilir.

Tam sayılar kümesi; negatif tam sayılar ($\mathbb{Z}^-$), pozitif tam sayılar ($\mathbb{Z}^+$) ve sıfırın bulunduğu kümenin birleşiminden oluşur.

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

a ve b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara rasyonel sayılar denir. Rasyonel sayılar kümesi $\mathbb{Q}$ sembolü ile gösterilir.

$\frac{3}{5}, \frac{4}{1}$ gibi sayılar birer rasyonel sayıdır.

Rasyonel olmayan sayılara irrasyonel sayılar denir. İrrasyonel sayılar kümesi $\mathbb{Q}'$ sembolü ile gösterilir.

$\sqrt{3}, \pi, 6, 32548\dots$ gibi sayılar birer irrasyonel sayıdır.

Rasyonel sayılar kümesiyle irrasyonel sayılar kümesinin birleşimi gerçek (reel) sayılar kümesini oluşturur. Gerçek sayılar kümesi $\mathbb{R}$ sembolü ile gösterilir.

ÖRNEK SORU

a, b ve c birbirinden farklı birer rakam olmak üzere,
 $2a + 3b - c$

ifadesinin değeri en fazla kaçtır?

- A) 45 B) 43 C) 41 D) 39 E) 37

ÇÖZÜM

a = 8, b = 9 ve c = 0 olmalıdır.

$$\begin{aligned} 2a + 3b - c &\rightarrow 2 \cdot 8 + 3 \cdot 9 - 0 \\ &= 16 + 27 - 0 \\ &= 43 \end{aligned}$$

CEVAP B

ÖRNEK SORU

a ve b birer pozitif tam sayı olmak üzere,

$$a + b = 19$$

olduğuna göre a · b çarpımının değeri en çok kaçtır?

- A) 34 B) 48 C) 60 D) 90 E) 108

ÇÖZÜM

a ve b pozitif tam sayılarının çarpımlarının en çok olması için a ve b'yi birbirlerine yakın tam sayılardan seçmeliyiz.

$$a + b = 19$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$10 + 9 = 19$$

a = 10 ve b = 9 olsun. Bu durumda a · b = 10 · 9 = 90 olur.

CEVAP D

ÖRNEK SORU

x ve y tam sayıları için $3x + 2y = 15$ olduğuna göre,

- I. x sayısı tektir.
- II. y sayısı çifttir.
- III. $x \cdot y > 0$ 'dır.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

ÇÖZÜM

$$3x + \underbrace{2y}_{\text{çift}} = 15$$

y sayısı tekte olsa çiftte olsa 2y çifttir.

$$3x = 15 - \text{Ç} \quad (\text{tek} - \text{Çift} = \text{Tek})$$

$$3x = \text{Tek}$$

$$\downarrow$$

Tek

- I. x sayısı tektir. ✓
- II. y sayısı çifttir. (y'nin tek mi çift mi belli değil) –
- III. $x \cdot y \geq 0$ (y belli değil) –

CEVAP A

■ ÖRNEK SORU

x ve y pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$3x + 4y = 44$$

eşitliğini sağlayan kaç tane (x, y) ikilisi vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

■ Çözüm:

$$3x + 4y = 44$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \downarrow \\ 12 \quad 2 \\ 8 \quad 5 \\ 4 \quad 8 \\ \times \quad 11 \end{array}$$

x ve y pozitif tam sayılar olduğuna göre x sıfır değerini almaz. Buna göre 3 tane (x, y) ikilisi vardır.

CEVAP C

■ ÖRNEK SORU

x , rakamları birbirinden farklı dört basamaklı bir doğal sayı olmak üzere,

$K(x)$: x sayısının basamaklarındaki rakamların en küçüğü,

$B(x)$: x sayısının basamaklarındaki rakamların en büyüğü,

$T(x)$: x sayısının basamaklarındaki rakamların toplamı biçiminde tanımlanıyor.

■ ÖRNEK SORU

4362 sayısının basamaklarındaki rakamların en küçüğü 2 olduğundan $K(x) = 2$, en büyüğü 6 olduğundan $B(x) = 6$ ve rakamların toplamı 15 olduğundan $T(x) = 15$ 'tir.

$$K(x) = 1 \quad \text{ve} \quad B(x) = 7$$

koşulunu sağlayan dört basamaklı en küçük x sayısı için $T(x)$ kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

■ ÇÖZÜM

ABCD sayısı dört basamaklı sayı olsun. Bu sayının en küçük rakamı $K(x) = 1$ ve en büyük rakamı $B(x) = 7$ ise bu şartı sağlayan en küçük sayı 1237'dir. Sayının rakamları toplamı;

$$T(x) = 1 + 2 + 3 + 7 = 13 \text{ bulunur.}$$

CEVAP C

■ ÖRNEK SORU

A, B ve C birer rakam olmak üzere, aşağıdaki çarpma işlemi veriliyor.

$$\begin{array}{r} \text{A B C} \\ \times \quad \text{B C} \\ \hline \dots \\ + \text{A B C} \\ \hline 10725 \end{array}$$

Buna göre, A rakamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

■ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} \uparrow 1 \\ 7 \leftarrow \text{A B C} \\ \times \quad \text{B C} \rightarrow 5 \\ \hline \begin{array}{r} 3575 \\ 715 \\ + \text{A B C} \end{array} \\ \hline 10725 \end{array}$$

Çarpma işleminin birler basamağı 5 olduğundan C rakamı 5 bulunur. I. çarpma işleminin sonucu 3575 bulunur. Buradan; $A = 7$ $B = 1$ $C = 5$ bulunur.

CEVAP D

■ ÖRNEK SORU

Aşağıdaki tabloda a, b, c ve d pozitif tam sayılarıyla yapılan çarpma işlemlerinden bazılarının sonuçları verilmiştir.

x	a	b	c	d
a			15	
b		4		
c				27
d		18		

Buna göre, $a + b + c + d$ toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

■ ÇÖZÜM

Tablo incelendiğinde;

$$b \cdot b = 4, \quad a \cdot c = 15, \quad c \cdot d = 27, \quad d \cdot b = 18 \text{ bulunur.}$$

Buradan $b \cdot b = 4$ ise, $b = 2$ bulunur.

$$d \cdot b = 18 \text{ ise,} \quad c \cdot d = 27 \text{ ise,} \quad a \cdot c = 15 \text{ ise,}$$

$$d \cdot 2 = 18 \quad c \cdot 9 = 27 \quad a \cdot 3 = 15$$

$$d = 9 \text{ bulunur.} \quad c = 3 \text{ bulunur.} \quad a = 5 \text{ bulunur.}$$

Buradan;

$$a + b + c + d = 5 + 2 + 3 + 9 = 19 \text{ bulunur.}$$

CEVAP B



TEMEL KAVRAMLAR

DOĞAL SAYILARDA ÇÖZÜMLEME

a, b, c, d birer rakam olmak üzere,

İki basamaklı ab sayısı; $ab = 10a + b$

Üç basamaklı abc sayısı; $abc = 100a + 10b + c$

Dört basamaklı abcd sayısı;

$abcd = 1000a + 100b + 10c + d$

şeklinde çözümlenir.

- (ab) ve (ba) iki basamaklı doğal sayılardır.

$$(ab) + (ba) = (10 \cdot a + b) + (10 \cdot b + a)$$

$$(ab) + (ba) = 11 \cdot a + 11 \cdot b$$

$$(ab) + (ba) = 11 \cdot (a + b)$$

- $(ab) - (ba) = (10 \cdot a + b) - (10 \cdot b + a)$

$$(ab) - (ba) = 10 \cdot a + b - 10 \cdot b - a$$

$$(ab) - (ba) = 9a - 9b$$

$$(ab) - (ba) = 9 \cdot (a - b) \text{ olur.}$$

ÖRNEK SORU

Üç basamaklı AB4 ve iki basamaklı 4B doğal sayıları için,

$$AB4 - 4B = 10 \cdot A + 189$$

olduğuna göre, B rakamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

ÇÖZÜM

$$AB4 - 4B = 10 \cdot A + 189$$

$$100A + 10B + 4 - 40 - B = 10 \cdot A + 189$$

$$100A - 10A + 10B - B = 189 - 4 + 40$$

$$90A + 9B = 225$$

$$9(10A + B) = 225$$

$$AB = \frac{225}{9}$$

$$AB = 25 \text{ bulunur.}$$

$$B = 5 \text{ olur.}$$

CEVAP C

ÖRNEK SORU

Üç basamaklı ABC ve DEF doğal sayılarının toplamı 973'tür.

$$10 \cdot A + B = 54$$

$$10 \cdot E + F = 27$$

olduğuna göre, C + D toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

ÇÖZÜM

$$ABC + DEF = 973$$

$$10A + B = 54 \Rightarrow AB = 54$$

$$10E + F = 27 \Rightarrow EF = 27$$

$$54C + D27 = 973$$

$$540 + C + 100D + 27 = 973$$

$$100D + C = 406$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ 4 \quad 6 \end{array}$$

D = 4 ve C = 6 bulunur.

Buradan D + C = 10 bulunur.

CEVAP E

ÖRNEK SORU

Üç basamaklı ABC doğal sayısı, iki basamaklı AB doğal sayısından 322 fazladır.

Buna göre, A + B + C toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

ÇÖZÜM

Üç basamaklı ABC doğal sayısı, iki basamaklı AB doğal sayısında 322 fazla ise;

$$ABC = AB + 322$$

$$100A + 10B + C = 10A + B + 322$$

$$90A + 9B + C = 322$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 3 \quad 5 \quad 7 \end{array}$$

$$A + B + C = 3 + 5 + 7$$

$$A + B + C = 15$$

CEVAP C

■ ÖRNEK SORU

AA iki basamaklı bir doğal sayı ve n bir pozitif tam sayı olmak üzere,

$$AA = 3n + 2$$

eşitliğini sağlayan A rakamlarının toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 11 C) 12 D) 15 E) 18

■ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{cc} & A & A & = 3n + 2 \\ & \swarrow & \searrow & \\ 1 & & 1 & \\ 2 & & 2 & \\ 3 & & 3 & \\ 4 & & 4 & \\ 5 & & 5 & \\ 6 & & 6 & \\ 7 & & 7 & \\ 8 & & 8 & \\ 9 & & 9 & \end{array}$$

Buradan $AA = 3n + 2$ eşitliğini sağlayan AA iki basamaklı sayılar 11, 44, 77 bulunur.

Eşitliği sağlayan A rakamlarının toplamı $1 + 4 + 7 = 12$ 'dir.

CEVAP C

■ ÖRNEK SORU

Bir kâğıda, 1, 2, 3 ve 4 rakamları birer kez kullanılarak oluşturulan dört basamaklı bir ABCD doğal sayısı yazılıyor. Bu sayıyı bulmak isteyen dört kişinin yaptığı tahminler aşağıda verilmiştir.

	A	B	C	D
1. kişi	2	1	4	3
2. kişi	1	2	4	3
3. kişi	4	3	2	1
4. kişi	1	4	2	3

İkinci kişi, bu sayının sadece B rakamını bilmiş; diğer üç kişi ise hiçbir rakamını bilememiştir.

Buna göre, ABCD sayısı kaçtır?

- A) 1234 B) 3214 C) 3241
D) 4213 E) 4231

■ ÇÖZÜM

B rakamı 2'dir. 1. kişi, 2. kişi, 3. kişi ve 4. kişi A için 1, 2, 4 rakamlarını söylemiş ve bilememiştir. Buradan A rakamı 3'tür. C rakamı 1 ya da 3'tür. A = 3 olduğu için C rakamı 1'dir. Son olarak D rakamı 4 olarak bulunur.

Buna göre, ABCD = 3214 bulunur.

CEVAP B

TABAN ARİTMETİĞİ

Bir sayının tanımlandığı sayma sistemine **sayının tabanı** denir.

Örneğin, $(9753)_{10}$ sayısının tabanı 10 dur.

$(10342)_5$ sayısının tabanı 5 tir.

10 tabanındaki sayılar tabanları belirtilmeden de yazılabilir.

10 luk taban dışındaki tabanlardaki bir sayının her bir rakamı basamak değeriyle çarpılarak (çözümleme yolu ile) 10 luk tabandaki değeri bulunabilir.

1. Herhangi Bir Tabanda Verilen Bir Sayıyı 10 luk Tabanda Yazma

Herhangi bir tabanda verilen bir sayıyı onluk tabana çevirmek için rakamların basamak değerleri kullanılarak çözümleme yapılır.

Örneğin, $(432)_5$ sayısının onluk tabanda yazılışı,

$$\begin{aligned} (432)_5 &= 4 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 \\ &= 4 \cdot 25 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 1 \\ &= 100 + 15 + 2 \\ &= 117 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

2. 10 luk Tabandaki Bir Sayıyı Başka Tabanda Yazma

10 tabanında verilen bir sayı, başka bir tabana çevrilirken, verilen sayı ardışık olarak çevrilmek istenen tabana bölünür. Bu bölme işlemine **bölüm tabandan küçük olana kadar** devam edilir. En son elde edilen bölüm, istenen sayının en solundaki rakam olacak şekilde, kalanlar sırasıyla sayının rakamlarını oluşturur.

1. n tabanında kullanılan rakamlar n sayısından küçük olmalıdır. $(abc)_n$ sayısında $n > a, b, c$ dir.

2. n bir taban olmak üzere $n > 1$ ve $n \in \mathbb{N}$ dir.

Örneğin,

38 sayısının 6 tabanındaki eşitini bulalım.

$$\begin{array}{r} 38 \overline{) 6} \\ \underline{36} 6 \\ 2 \overline{) 6} 1 \\ \underline{2} 0 \end{array}$$

$38 = (102)_6$ bulunur.



TEMEL KAVRAMLAR

3. Taban Aritmetiğinde İşlemler

Bütün sayılar aynı tabanda olmak şartıyla değişik sayı tabanlarında da toplama, çıkarma, çarpma işlemleri yaparken 10'luk tabandakine benzer işlemler yapılır.

Bunun için toplama ve çarpma işlemlerinde karşılaşılan, tabana eşit veya daha büyük sayılar, tabanın katları kadar elde olarak diğer basamağa ilâve edilir. Çıkarma işleminde soldaki basamaktan getirilen 1'in değeri tabanın sayı değeri kadardır.

Örneğin; 5 sayı tabanı olmak üzere,

$(42)_5 + (33)_5$ toplamını bulalım:

$$\begin{array}{r} (42)_5 \\ + (33)_5 \\ \hline (130)_5 \end{array}$$

■ ÖRNEK SORU

Aşağıdaki soruları verilen bilgilere göre cevaplayınız.

Tabanı 5 olan bir sayma sistemindeki çarpma ve toplama işlemleri aşağıdaki tablolara göre yapılmaktadır.

x	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	11	13
3	3	11	14	22
4	4	13	22	31

+	1	2	3	4
1	2	3	4	10
2	3	4	10	11
3	4	10	11	12
4	10	11	12	13

■ ÖRNEK 1:

Bu sisteme göre 2×3 işleminin sonucu 11, $2 + 3$ işleminin sonucu 10 olarak bulunur.

■ ÖRNEK 2:

Bu sisteme göre

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

işleminin sonucu şöyle bulunur:

- $2 \cdot 3 = 11$ olduğundan 11'in birler basamağındaki 1 yazılır, elde 1 vardır.
- $2 \cdot 1 = 2$ ve elde de 1 olduğundan $2 + 1 = 3$ olur. Sonuç 31 olarak bulunur.

■ ÖRNEK SORU

13 ve 24 sayıları 5 tabanında verildiğine göre, 13×24 işleminin tabanı 5 olan sayma sistemindeki sonucu kaçtır?

- A) 312 B) 322 C) 412 D) 422 E) 432

■ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 24 \\ \hline 112 \\ + 31 \\ \hline 422 \end{array}$$

$3 \cdot 4 = 12$ eder. Binler basamağına 2 yazılır. Elde 2 vardır.

$4 \cdot 1 = 4 + 2 = 16$ eder. 6 sayısı 5'lik tabanda 11'dir.

$2 \cdot 3 = 6$ eder. 6 sayısı 5'lik tabanda 11'dir. Birler basamağına 1 yazılır. Elde 1 vardır.

$2 \cdot 1 = 2 + 1 = 3$

CEVAP D

■ ÖRNEK SORU

Bu sistemde yapılan

$$2 \cdot (4 + 3) = K$$

işlemi için K kaçtır?

- A) 21 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

■ ÇÖZÜM

$4 + 3 = 7$ eder. 7 sayısı 5'lik tabanda 12'dir.

$$2 \cdot 12 = 24 = K$$

CEVAP C

TAM SAYILAR

Doğal sayılar kümesini içine alan ve doğal sayılar kümesinden daha geniş bir küme olan tamsayılar kümesinde, doğal sayıların yanında negatif (–) sayılarda bulunmaktadır.

Tamsayılar kümesi $\mathbb{Z}$ ile gösterilir.

$$\mathbb{Z} = \left\{ \underbrace{\dots, -3, -2, -1}_{\mathbb{Z}^-}, \underbrace{0}_{\{0\}}, \underbrace{1, 2, 3, \dots}_{\mathbb{Z}^+} \right\} \text{ tamsayılar kümesinin her}$$

bir elemanına tamsayı denir.

$$\mathbb{Z}^- = \{\dots, -4, -3, -2, -1\} \text{ negatif tam sayılar kümesini,}$$

$$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\} \text{ pozitif tam sayılar kümesini gösterir.}$$

Sıfır tam sayısı pozitif veya negatif değildir.

Özellik:

1. Sayı doğrusu üzerinde sağdaki sayı daima solundakinden büyüktür.

$$2. \mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

3. $\mathbb{Z}_Ç$ ve $\mathbb{Z}_T$ sembolleri çift ve tek tam sayıları göstermek üzere ($n \in \mathbb{N}$ için)

$$\mathbb{Z}_Ç = \{\dots, -2n, \dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots, 2n, \dots\}$$

$$\mathbb{Z}_T = \{\dots, -(2n-1), \dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots, 2n-1, \dots\}$$

olsun.

Bu tanımlardan $\mathbb{Z}_Ç \cup \mathbb{Z}_T = \mathbb{Z}$ olduğu görülür.

Tam sayılar kümesi toplama ve çıkarma işlemlerine göre kapalıdır ancak çıkarma işleminin değişme ve birleşme özellikleri yoktur.

Özellik:

1. Pozitif tam sayıların bütün tam sayı kuvvetleri pozitiftir.

$$\forall n \in \mathbb{Z}, a \in \mathbb{Z}^+ \text{ için } a^n > 0 \text{ dir.}$$

2. Negatif tam sayıların çift kuvvetleri pozitif, tek kuvvetleri negatiftir.

$$\forall n \in \mathbb{Z}^+, a \in \mathbb{Z}^- \text{ için } a^{2n} > 0 \text{ ve } a^{2n+1} < 0 \text{ dir.}$$

3. $a \in \mathbb{Z}^+$ ve $n \in \mathbb{N}$ için

$$-a^{2n} \neq (-a)^{2n}, -a^{2n} = -(a^{2n}) \text{ dir.}$$

$$\text{Ancak } -a^{2n+1} = (-a)^{2n+1} \text{ olur.}$$

İşaret inceleme sorularında üstü çift olan ifadeler pozitif olduğundan ihmal edilir. Üstü tek olan ifadelerin üstlerine bir yazılarak yorumlama yapılır.

4. Aynı işaretli iki tam sayının (ikisi de pozitif veya ikisi de negatif) çarpımları ve bölümleri pozitiftir.

$$a, b \in \mathbb{Z}^+ \text{ veya } a, b \in \mathbb{Z}^- \text{ ise } a \cdot b > 0 \text{ veya } \frac{a}{b} > 0$$

5. Zıt işaretli iki tam sayının (biri pozitif, diğeri negatif) çarpımları ve bölümleri negatiftir.

$$a \in \mathbb{Z}^+, b \in \mathbb{Z}^- \text{ veya } a \in \mathbb{Z}^-, b \in \mathbb{Z}^+ \text{ ise}$$

$$a \cdot b < 0 \text{ veya } \frac{a}{b} < 0$$

6. $Ç$ bir çift tam sayı ve T bir tek tam sayıyı göstermek üzere;

$Ç \mp Ç$ toplamı ve farkı çifttir.

$T \mp T$ toplamı ve farkı çifttir.

$Ç \mp T$ toplamı ve farkı tektir.

$Ç \cdot Ç$ çarpımı çifttir.

$T \cdot T$ çarpımı tektir.

$Ç \cdot T$ çarpımı çifttir.

7. Matematiksel işlemlerde işlem sırası,

1. Parantez içindeki işlemler,

2. Üslü işlemler,

3. Çarpma – bölme,

4. Toplama – çıkarma

şeklindeir. Çarpma – bölme ve toplama – çıkarma işlemlerinin birbirlerine göre önceliği yoktur. Her ikisinin de olduğu yerde (hem çarpma, hem bölme gibi) işleme soldan sağa doğru devam edilir.

ÖRNEK SORU

Aşağıdaki soruları verilen bilgilere göre cevaplayınız.

x en çok üç basamaklı pozitif bir tam sayı olmak üzere

$T(x)$: x sayısının basamaklarındaki rakamların toplamı

$Ç(x)$: x sayısının basamaklarındaki rakamların çarpımı olarak tanımlanıyor.

Örnekler:

$$T(3) = 3$$

$$T(34) = 3 + 4 = 7$$

$$Ç(5) = 5$$

$$Ç(314) = 3 \cdot 1 \cdot 4 = 12$$

ÖRNEK SORU

$$T(75) + Ç(57)$$

toplamı kaçtır?

A) 40

B) 47

C) 54

D) 70

E) 132

ÇÖZÜM

$$T(75) = 7 + 5 = 12$$

$$+ Ç(57) = 5 \cdot 7 = 35$$

$$T(75) + Ç(57) = 12 + 35 = 47 \text{ olur.}$$

CEVAP B



TEMEL KAVRAMLAR

ÖRNEK SORU

$$\Ç(x) = 12$$

yapan en büyük üç basamaklı sayı için T(x) kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 13

ÇÖZÜM

$\Ç(x) = 12$ ise en büyük x değeri 621 olur.

$$T(621) = 6 + 2 + 1 = 9 \text{ olur.}$$

CEVAP C

ÖRNEK SORU

$$\Ç(x) = 81$$

yapan kaç farklı x tam sayısı vardır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM

Üç basamaklı sayılar;

$$1 \cdot 9 \cdot 9 \rightarrow 199, 3 \cdot 3 \cdot 9 \rightarrow 339$$

$$9 \cdot 1 \cdot 9 \rightarrow 919, 3 \cdot 9 \cdot 3 \rightarrow 393$$

$$9 \cdot 9 \cdot 1 \rightarrow 991, 9 \cdot 3 \cdot 3 \rightarrow 933$$

İki basamaklı sayı: $9 \cdot 9 = 81 \Rightarrow 99$

Toplam 7 farklı x tamsayısı vardır.

CEVAP D

Tam sayılarda toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinin sonuçlarını teklik – çiftlik yönünden incelerken sayılara değer vererek sonucun tek mi çift mi olduğu görülebilir. Teklere 1, çiftlere 0 veya 2 temsili rakamları verilebilir.

Tek tam sayıların bütün kuvvetleri tek, çift tamsayıların bütün kuvvetleri çifttir.

$$\text{Örneğin; } 3^{2000} \rightarrow \text{Tek}$$

$$8^{199} \rightarrow \text{Çift}$$

$K = a \cdot b \cdot c \cdot d \dots$ çarpımında bir tane çift sayı varsa K çift olur. K nin tek olması için çarpanlarının hiç biri çift sayı olmaması gerekir.

ÖRNEK SORU

x bir negatif gerçel sayı olmak üzere,

$$\text{I. } -x^4$$

$$\text{II. } (-x)^{-1}$$

$$\text{III. } (-x)^3$$

İfadelerinden hangileri negatiftir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

ÇÖZÜM

İfadelerden hangisinin negatif, hangisinin pozitif olduğuna bakalım.

$$\text{I. öncülde } \Rightarrow -x^4 = \underbrace{-x \cdot x \cdot x \cdot x}_{\text{pozitif}}$$

I. öncül negatiftir.

$$\text{II. öncülde } \Rightarrow (-x)^{-1} = -\frac{1}{x}$$

II. öncül pozitifdir.

$$\text{III. öncülde } \Rightarrow (-x) = (-x) \cdot (-x) \cdot (-x) = -x^3$$

III. öncül pozitifdir.

Yalnızca I. öncül negatiftir.

CEVAP A

ÖRNEK SORU

x ve y pozitif tam sayıları için $2x - y = 7$ olduğuna göre,

$$\text{I. } x \text{ bir tek sayıdır.}$$

$$\text{II. } y \text{ bir tek sayıdır.}$$

$$\text{III. } x > y \text{ dir.}$$

İfadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

ÇÖZÜM

$$2x - y = 7$$

çift tek olmalıdır

sayı sayı

x'in tek olup olmadığı ve x > y olup olmadığı bilinemez.

CEVAP B

■ ÖRNEK SORU

a ve b birer tam sayı olmak üzere,

- I. $a + b$ tek ise $a \cdot b$ çifttir.
- II. $a + b$ çift ise $a - b$ çifttir.
- III. $a \cdot b$ tek ise $a + b$ tek.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

■ ÇÖZÜM

- I. $a + b$ tek ise a ya da b den biri çift biri tek bu durumda $a \cdot b$ çifttir. İfade doğrudur.
- II. $a + b$ çift ise a ve b sayıları sırası ile tek-tek veya çift-çift tir. Bu durumda $a - b$ çifttir. İfade doğrudur.
- III. $a \cdot b$ tek ise a ve b nin her ikisi de tektir $a + b$ çift olmalıdır. İfade yanlıştır.

CEVAP C

■ ÖRNEK SORU

$$\begin{aligned} a + 2 &= 2b \\ b - 1 &= 3c \end{aligned}$$

olduğuna göre, a ile c arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a = c - 4$ B) $a = c + 6$ C) $2a = 3c$
D) $3a = 2c$ E) $a = 6c$

■ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} a + 2 &= 2b \\ b - 1 &= 3c \end{aligned}$$

$$b - 1 = 3c \Rightarrow b = 3c + 1$$

b yerine $3c + 1$ yazalım.

$$\begin{aligned} a + 2 &= 2(3c + 1) \\ a + 2 &= 6c + 2 \\ a &= 6c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

CEVAP E

ARDIŞIK TAMSAYILAR

Belli bir kurala göre ard arda sıralanan sayılara **ardışık sayılar** denir. $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,

■ Ardışık tam sayılar

$$\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n, n + 1, \dots$$

■ Ardışık çift tam sayılar

$$\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots, 2n, 2n + 2, \dots$$

■ Ardışık tek tam sayılar

$$\dots, -3, -1, 1, 3, \dots, 2n - 1, 2n + 1, \dots$$

■ 3 ün katı olan ardışık tam sayılar

$$\dots, -6, -3, 0, 3, 6, \dots, 3n, 3n + 3, \dots$$

• **Ardışık Sayıların Özel Sonlu Toplam Formülleri:**

$$\blacksquare 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

$$\blacksquare 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n \cdot (n + 1)$$

$$\blacksquare 1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1 = n^2$$

$$\blacksquare 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \cdot (n + 1) \cdot (2n + 1)}{6}$$

• **Ardışık Sayıların Genel Sonlu Toplam Formülü: (Gauss Toplamı)**

n : Son terim

r : İlk terim

x : Artış miktarı

$r, r + x, r + 2x, \dots, n$ aritmetik dizisinde;

$$\text{Terim sayısı} = \frac{\text{Son terim} - \text{İlk terim}}{\text{Artış miktarı}} + 1 = \frac{n - r}{x} + 1$$

Terimler toplamı:

$$\text{Toplam} = \frac{\text{Terim sayısı}}{2} \cdot (\text{Son terim} + \text{İlk terim})$$

$$= \left(\frac{n - r}{x} + 1 \right) \cdot \frac{n + r}{2} \text{ dir.}$$

Yani,

$$\frac{(\text{Son terim} + \text{İlk terim})(\text{Son terim} - \text{İlk terim} + \text{Artış miktarı})}{2 \cdot \text{Artış miktarı}}$$



TEMEL KAVRAMLAR

■ ÖRNEK SORU

Ardışık 3 pozitif tek sayının toplamı, ardışık 4 pozitif çift sayının toplamının 7 fazlasına eşittir.

Tek sayıların en küçüğü 7 olduğuna göre, çift sayıların en büyüğü kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

■ ÇÖZÜM

Ardışık 3 pozitif tek sayının en küçüğü 7 olduğundan tek sayılar 7, 9, 11 bulunur.

Topamları $7 + 9 + 11 = 27$ bulunur.

Ardışık 4 pozitif çift sayı $x, x + 2, x + 4, x + 6$

Ardışık 3 tek sayının toplamı ardışık 4 çift sayının toplamının 7 fazlasına eşit olduğundan

$$\begin{aligned} x + x + 2 + x + 4 + x + 6 + 7 &= 27 \\ 4x + 19 &= 27 \\ 4x &= 8 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Çift sayıların en büyüğü,

$$\begin{aligned} x + 6 &= 2 + 6 \\ &= 8 \end{aligned}$$

CEVAP A

■ ÖRNEK SORU

$$(3 - 1) + (6 - 4) + (9 - 7) + \dots + (33 - 31)$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 22 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30

■ ÇÖZÜM

Terimler toplamı formülünden

$$\begin{aligned} (3 + 6 + 9 + \dots + 33) - (1 + 4 + 7 + \dots + 31) \\ \frac{18 \cdot 11}{36 \cdot 33} - \frac{16 \cdot 11}{32 \cdot 33} \\ \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 3} \\ 198 - 176 = 22 \end{aligned}$$

CEVAP A

■ ÖRNEK SORU

a, b, c ardışık tam sayılar ve $a > b > c$ olduğuna göre,

$$(a - b + 1) \cdot (a - c - 1) \cdot (c - b)$$

çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 0 D) -1 E) -2

■ ÇÖZÜM

a, b, c ardışık tam sayılardır.

$$\begin{array}{ccc} a & > & b & > & c \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ x+2 & & x+1 & & x \end{array}$$

$$(a - b + 1) \cdot (a - c - 1) \cdot (c - b)$$

$$\Rightarrow (x + 2 - (x + 1) + 1) \cdot (x + 2 - x - 1) \cdot (x - (x + 1))$$

$$\Rightarrow (x + 2 - x - 1 + 1) \cdot 1 \cdot (x - x - 1)$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 1 \cdot (-1) = -2 \text{ bulunur.}$$

Çarpımın sonucu -2'dir.

CEVAP E

■ ÖRNEK SORU

x, y, z ardışık çift sayılar ve $x < y < z$ olmak üzere,

$$(z - y) \cdot (x - y)^2$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

■ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{ccc} x & < & y & < & z \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ n & & n+2 & & n+4 \end{array}$$

$$\begin{aligned} (z - y) \cdot (x - y)^2 &= [(n + 4) - (n + 2)] \cdot [n - (n + 2)]^2 \\ &= (n + 4 - n - 2) \cdot (n - n - 2)^2 \\ &= 2 \cdot (-2)^2 = 2 \cdot 4 = 8 \end{aligned}$$

CEVAP D

■ ÖRNEK SORU

Ardışık 9 çift sayının toplamı 144 olduğuna göre, en küçük sayı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

■ ÇÖZÜM

$$\text{Ortanca sayı} = \frac{144}{9} = 16$$

$$\begin{array}{ccc} 8, 10, 12, 14 & 16 & 18, 20, 22, 24 \\ 4 \text{ tane} & & 4 \text{ tane} \end{array}$$

En küçük sayı 8

CEVAP C

■ ÖRNEK SORU

Ardışık 3 pozitif tek sayı ile ardışık 3 pozitif çift sayının toplamı 75 tir.

Buna göre tek sayıların en büyüğü en fazla kaç olabilir?

- A) 17 B) 19 C) 21 D) 23 E) 25

■ ÇÖZÜM

Tek sayılar T, T + 2, T + 4 olsun

Çift sayılar Ç, Ç + 2, Ç + 4 olsun

$$T + T + 2 + T + 4 + Ç + Ç + 2 + Ç + 4 = 75$$

$$3T + 6 + 3Ç + 6 = 75$$

$$3(T + Ç) = 63$$

$$\begin{array}{c} T + Ç = 21 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 19 \quad \quad 2 \end{array}$$

Tek sayılar en fazla 19, 21, 23 en büyüğü de 23 olabilir.

CEVAP D

■ ÖRNEK SORU

a, b, c pozitif tam sayılar olmak üzere $a + b \cdot c$ ve

$a + b + c$ ifadelerinin birer tek sayıya eşit olduğu biliniyor.

Buna göre,

- I. $b \cdot a^c + a^b$
- II. $b^c + c^b - 1$
- III. $a^a + a^b + a^c$

ifadelerinden hangileri birer tek sayıya eşittir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I, II ve III

■ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{c} a + b \cdot c = T \\ \underbrace{\quad \quad \quad}_{\text{Ç}} \quad \underbrace{\quad \quad \quad}_{\text{T}} \end{array}$$

a = Tek ise

$$\begin{array}{lll} 1) b = Ç & 2) b = T & 3) b = Ç \\ c = T & c = Ç & c = Ç \end{array}$$

$$a = \text{Çift ise } b = T, \quad C = T$$

$a + b + c = T$ şartını üçüncü durum sağlar.

Yani $a = T$ $b = Ç$ ve $c = Ç$ olur.

$$\text{I. } \underbrace{Ç \cdot T^Ç}_{\text{Ç}} + \underbrace{T^Ç}_{\text{T}} = \text{Tek}$$

$$\text{II. } \underbrace{Ç^Ç}_{\text{Ç}} + \underbrace{Ç^Ç}_{\text{Ç}} - \underbrace{1}_{\text{T}} = \text{Tek}$$

$$\text{III. } \underbrace{T^T}_{\text{T}} + \underbrace{T^Ç}_{\text{T}} + \underbrace{T^Ç}_{\text{T}} = \text{Tek}$$

CEVAP E

■ ÖRNEK SORU

a, b ve c ardışık çift sayılar ve $a < b < c$ olmak üzere,

$$a + b + c = 6(b - a)(c - a)$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

■ ÇÖZÜM

a, b, c ardışık çift sayılar ise,

$$a = x$$

$$b = x + 2$$

$$c = x + 4$$

a, b, c'yi yerlerine yazalım.

$$x + x + 2 + x + 4 = 6 \cdot (x + 2 - x)(x + 4 - x)$$

$$3x + 6 = 6 \cdot 2 \cdot 4$$

$$3x + 6 = 48$$

$$3x = 42$$

$$x = 14 \text{ bulunur.}$$

Buradan;

$$\begin{aligned} b &= x + 2 = 14 + 2 \\ &= 16 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

CEVAP A

■ ÖRNEK SORU

$$8 \leq x < 105$$

aralığında kaç tane çift sayı vardır?

- A) 46 B) 47 C) 49 D) 50 E) 52

■ ÇÖZÜM

$$8 \leq x < 105 \rightarrow 8, 10, 12, \dots, 104$$

$$\begin{aligned} \text{Terim sayısı} &= \frac{104 - 8}{2} + 1 \\ &= 48 + 1 \\ &= 49 \end{aligned}$$

CEVAP C



BÖLME VE BÖLÜNEBİLME

DOĞAL SAYILARDA BÖLME İŞLEMİ

Tanım: $a \in \mathbb{N}$ ve $b \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere, $b \cdot c = a$ olacak şekilde bir c doğal sayısı varsa, a 'nın b ye bölümü c dir.

$a : b = c$ veya $\frac{a}{b} = c$ şeklinde gösterilir.

Özellikler:

$$1. \left. \begin{array}{r} a \text{ (bölünen)} \\ b \cdot c \\ \hline k \text{ (kalan)} \end{array} \right\} \begin{array}{r} b \text{ (bölen)} \\ c \text{ (bölüm)} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} a \text{ (bölünen)} \\ b \cdot c \\ \hline k \text{ (kalan)} \end{array}} \right\} a = b \cdot c + k$$

Bölünen = (Bölen • Bölüm) + Kalan

2. $\frac{a}{b} = c$ ifadesinde a bölünen, b bölen ve c bölümdür.

(Burada $a = b \cdot c + 0$ olduğundan kalan sıfırdır.)

a , b nin c katıdır veya a , b ye tam bölünür denir.

3. Bölme işleminde kalan, her zaman bölenden küçüktür. ($k < b$)

4. $k < c$ ise b ile c yer değiştirebilir.

Örneğin:

a ve b doğal sayılar olmak üzere, a 'nın b ile bölümünden bölüm 7, kalan 11 dir. Buna göre a 'nın alabileceği en küçük değeri bulalım.

Verilenlere göre

$$\begin{array}{r} a \mid b \\ \hline 7 \text{ olur} \\ 11 \end{array}$$

Buradan $b > 11$ için $b = 12$ seçilirse

$a = 7b + 11 = 7 \cdot 12 + 11 = 84 + 11 = 95$ bulunur

ÖRNEK SORU

Farkları 1126 olan iki sayıdan büyüğü küçüğüne bölündüğünde bölüm 20, kalan 5 oluyor.

Buna göre, küçük sayı kaçtır?

- A) 54 B) 56 C) 59 D) 62 E) 67

ÇÖZÜM

Sayılarımız a ve b olsun.

$$a - b = 1126 \dots\dots (*)$$

$$\begin{array}{r} a \mid b \\ \hline 20 \\ 5 \end{array} \Rightarrow a = 20 \cdot b + 5 \dots\dots (**)$$

(**) denklemi (*) denklemde yerine konulursa

$$a - b = 1126$$

$$20 \cdot b + 5 - b = 1126$$

$$19 \cdot b = 1121$$

$$b = 59 \text{ olur.}$$

CEVAP C

ÖRNEK SORU

a ve b pozitif tam sayılar ve

$$b = \frac{a^2 + 12}{a}$$

olduğuna göre, b sayısı kaç farklı değer alabilir?

- A) 8 B) 7 C) 5 D) 4 E) 3

ÇÖZÜM

$$a, b \in \mathbb{Z}^+$$

$$b = \frac{a^2 + 12}{a} = \frac{a^2}{a} + \frac{12}{a} = a + \frac{12}{a}$$

a , 12 nin pozitif tam böleni olmalıdır.

Yani a sayısı, 1, 2, 3, 4, 6, 12 olabilir.

$$a = 1 \text{ için } b = 1 + \frac{12}{1} = 1 + 12 = 13$$

$$a = 2 \text{ için } b = 2 + \frac{12}{2} = 2 + 6 = 8$$

$$a = 3 \text{ için } b = 3 + \frac{12}{3} = 3 + 4 = 7$$

$$a = 4 \text{ için } b = 4 + \frac{12}{4} = 4 + 3 = 7$$

$$a = 6 \text{ için } b = 6 + \frac{12}{6} = 6 + 2 = 8$$

$$a = 12 \text{ için } b = 12 + \frac{12}{12} = 12 + 1 = 13$$

Öyle ise b sayısı; 7, 8, 13 değerlerini alıyor.

Dolayısıyla b sayısı 3 farklı değer alabilir.

CEVAP E

ASAL SAYILAR

Bazı doğal sayıları birçok doğal sayının çarpımı biçiminde farklı şekillerde ifade edebiliriz. Bu çarpanlardan her biri aynı zamanda o doğal sayının bölenidir.

30 sayısını ele alalım.

$$\begin{aligned} 30 &= 1 \cdot 30 \\ 30 &= 2 \cdot 15 \\ 30 &= 3 \cdot 10 \\ 30 &= 5 \cdot 6 \\ 30 &= 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{aligned}$$

30 sayısının bütün doğal sayı bölenlerinin kümesi

$\{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ olur.

Benzer şekilde,

12 nin doğal sayı bölenleri kümesi, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

43 ün doğal sayı bölenleri kümesi, $D = \{1, 43\}$

Tanım: 1 ve kendisinden başka doğal sayı böleni olmayan, 1 den büyük doğal sayılara asal sayı denir. Asal olmayan, 1 den büyük doğal sayılara ise bileşik sayı denir.

Örneğin; 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17... sayıları birer asal sayıdır.

4, 6, 8, 9, 12, 14, 15... sayıları birer bileşik sayıdır.

- En küçük asal sayı 2 dir. 2 nin doğal sayı bölenleri 1 ve 2 dir. 6 sayısı ise 1 ve kendisinden başka doğal sayılar ile (2 ve 3) bölünebildiği için asal sayı değildir.
- Asal sayılar içinde sadece 2 çifttir, diğer asal sayılar tektir.

2 ve 3 hariç tüm asal sayılar $6k - 1$ veya $6k + 1$ şeklinde yazılabilir. ($k \in \mathbb{N}^+$)

Asal sayıları liste biçiminde, aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, \dots\}$

Tanım: Ortak doğal sayı bölenleri sadece 1 olan doğal sayılara aralarında asal sayılar denir. a ve b aralarında asal sayılar ise $(a, b) = 1$ şeklinde gösterilir.

Örneğin; $(6, 35) = 1$ dir. Çünkü;

6 nın bölenleri: $\{1, 2, 3, 6\}$

35 in bölenleri: $\{1, 5, 7, 35\}$

6 ve 35 in ortak bölenleri sadece 1 dir.

İki farklı asal sayı her zaman aralarında asaldır.

Ancak, asal olmayan sayılar da aralarında asal olabilir.

Ardışık iki doğal sayı her zaman aralarında asaldır.

a ile b aralarında asal ve x ile y aralarında asal sayılar olmak üzere $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$ ise $a = x$, $b = y$ dir.

Tanım: n doğal sayısını kalansız olarak bölen pozitif doğal sayılara n doğal sayının bölenleri veya çarpanları denir.

n doğal sayısının sıfırdan büyük doğal sayıların çarpımı şeklinde yazılmasına n sayısının çarpanlarına ayrılması denir.

Örneğin, $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ tir.

Burada 60 sayısının tamamen asal sayıların çarpımı olarak yazıldığı görülüyor. (60 in asal çarpanları 2, 3 ve 5 tir.)

Tanım: 1 den büyük bir doğal sayının, asal sayıların çarpımı şeklinde yazılmasına bu sayının asal çarpanlarına ayrılması denir.

Örneğin,

$$\begin{aligned} 900 &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \\ &= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \end{aligned}$$

biçiminde asal çarpanlarına ayrılmıştır.

900 sayısını bölen asal sayılar yalnızca 2, 3 ve 5 tir. Bu asal sayıların kendi aralarında çarpımlarından elde edilen 4, 6, 9, 15, ... gibi çarpımlarda 900 ü böler ama bu çarpanlar asal değildir.